บทที่ 5

โปรแกรมเชิงเส้นตรง

วัตถุประสงค์

1) สามารถอธิบายลักษณะปัญหาของโปรแกรมเชิงเส้นตรง
2) สามารถอธิบายและหาคำตอบปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยวิธีกราฟ
3) สามารถอธิบายและหาคำตอบปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming; LP) เป็นเครื่องมือที่นิยมใช้กันมากสำหรับการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางเศรษฐศาสตร์ที่พยายามจะจัดสรรทรัพยากรให้เกิดประสิทธิภาพมากที่สุด ภายใต้ทรัพยากรที่มีอย่างจำกัด โปรแกรมเชิงเส้นตรงจึงสามารถนำมาแก้ปัญหาดังกล่าวได้

5.1 ลักษณะของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง

ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงที่ได้กล่าวข้างต้นก็คือ ปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อให้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ เป้าหมายจะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปร เรียกว่า “ฟังก์ชันเป้าหมาย” (Objective function) ซึ่งจะอยู่ในรูปการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยมีข้อจำกัด (Constraint) เกี่ยวกับการใช้ทรัพยากร ประกอบด้วยแรงงาน เงินทุน เครื่องจักร วัสดุ อุปกรณ์ วัตถุดิบ ตลอดจนทรัพย์สินต่างๆ สามารถเขียนเป็นสมการหรืออสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

ค่าสูงสุด (หรือค่าต่ำสุด) $M = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_3x_3$

โดยมีข้อจำกัด

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \le, \ge, = b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \le, \ge, = b_2 \\
&\qquad\cdots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \le, \ge, = b_m
\end{aligned}$$

และ $x_j (j = 1, 2, 3, \ldots, n) \ge 0$

หรือเขียนแบบย่อได้ดังนี้

ค่าสูงสุด $M = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

โดยมีข้อจำกัด $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \{\le, \ge, =\} b_i, i = 1,2,3,\ldots,m$

และ $x_j \ge 0, j = 1,2,3,\ldots,n$

โดยที่ m คือ จำนวนทรัพยากรที่นำมาใช้

a_{ij} คือ จำนวนหน่วยทรัพยากร i ที่ใช้ในกิจกรรม j หนึ่งหน่วย

b_i คือ จำนวนหน่วยของทรัพยากร i ที่มีหรือต้องการให้มี

c_j คือ ผลตอบแทนหรือค่าใช้จ่ายจากกิจกรรม j หนึ่งหน่วย

x_j คือ จำนวนหน่วยของกิจกรรม j

ปัญหาการกำหนดการเชิงเส้นหรือโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.1 หน่วยงานวางแผนโฆษณาสินค้าใหม่ โดยใช้สื่อการโฆษณาทางโทรทัศน์ วิทยุ และหนังสือพิมพ์ และจะทำการโฆษณาทางโทรทัศน์ 2 ชุด บริษัทมีงบประมาณในการโฆษณาครั้งนี้ C บาท และวางแผนเพื่อเจาะตลาดกลุ่มคนทำงาน คาดว่าจะดึงดูดลูกค้าได้อย่างน้อย P คน การทำการโฆษณาทางโทรทัศน์ใช้งบประมาณไม่เกิน A บาท และการโฆษณาชุดแรกอย่างน้อยที่สุด t_1 ครั้ง ชุดที่ 2 ทำการโฆษณาอย่างน้อยที่สุด t_2 ครั้ง สำหรับการโฆษณาทางวิทยุและหนังสือพิมพ์ไม่จำกัดจำนวนครั้ง จากการวิจัยตลาดหน่วยงานทราบผลเฉลี่ยที่จะได้แต่ละครั้งดังนี้

	โทรทัศน์		วิทยุ	หนังสือพิมพ์
	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2		
ค่าใช้จ่าย(บาท)	C_1	C_2	C_3	C_4
จำนวนลูกค้าที่มีกำลังซื้อสูง(คน)	P_1	P_2	P_3	P_4
ลูกค้าวัยทำงาน(คน)	A_1	A_2	A_3	A_4

แผนการโฆษณาควรจะเป็นอย่างไร จึงจะดึงลูกค้าที่กำลังซื้อสูงได้มากที่สุด

วิธีทำ กำหนดว่า บริษัททำแผนโฆษณาดังนี้

โฆษณาทางโทรทัศน์ ชุดแรก x_1 ครั้ง

ชุดสอง x_2 ครั้ง

โฆษณาทางวิทยุ x_3 ครั้ง

โฆษณาทางหนังสือพิมพ์ x_4 ครั้ง

เขียนรูปแบบของปัญหาได้ดังนี้

ค่าสูงสุด $z = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4$

โดยมีข้อจำกัด

$$c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 \le M$$
$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 \ge P$$
$$c_1x_1 + c_2x_2 \le A$$
$$x_1 \ge t_1$$
$$x_2 \ge t_2$$
$$x_3 \ge 0$$
$$x_4 \ge 0$$

ตัวอย่าง 5.2 บริษัทแห่งหนึ่งผลิตสินค้า 2 ชนิด สินค้าทั้งสองใช้ส่วนผสมสองอย่างคือ A และ B ซึ่งมีอยู่ 5,000 กิโลกรัม และ 4,000 กิโลกรัม ตามลำดับ ในการผลิตสินค้าชนิดที่ 1 หนึ่งหน่วยต้องใช้ส่วนผสม A เป็นจำนวน $\frac{1}{8}$ กิโลกรัม และส่วนผสม B เป็นจำนวน $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม ในการผลิตสินค้าชนิดที่ 2 ต้องใช้ส่วนผสม A เป็นจำนวน $\frac{1}{4}$ กิโลกรัม และส่วนผสม B เป็นจำนวน $\frac{1}{8}$ กิโลกรัม และทราบว่าสินค้าชนิดที่ 2 เป็นที่นิยมของผู้บริโภคมาก ในขณะสินค้าที่ 1 จะขายได้ยากมากเพียง 10,000 หน่วยเท่านั้น และบริษัทจะได้กำไรจากสินค้าชนิดที่ 1 หน่วยละ 40 บาท และกำไรจากสินค้าชนิดที่ 2 หน่วยละ 15 บาท

สามารถเขียนรูปแบบของปัญหาการกำหนดเชิงเส้นได้ดังนี้

ค่าสูงสุด $\pi = 40x_1 + 15x_2$

ข้อจำกัด

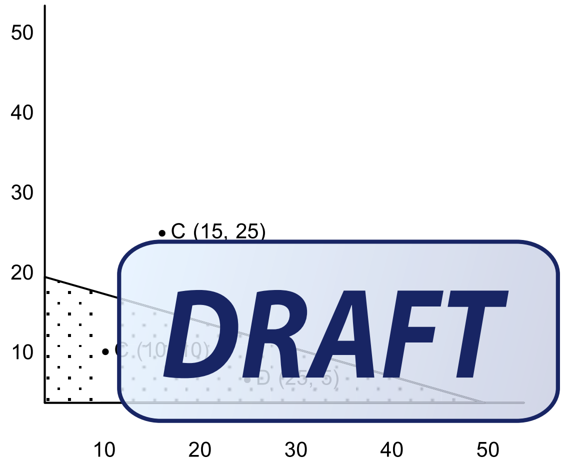
$$\frac{1}{8}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \le 5{,}000$$
$$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{8}x_2 \le 4{,}000$$
$$x_1 \le 10{,}000$$
$$x_2 \ge 0$$

5.2 เทคนิคการหาคำตอบของปัญหาการกำหนดเชิงเส้น ได้ดังนี้

5.2.1 วิธีกราฟ

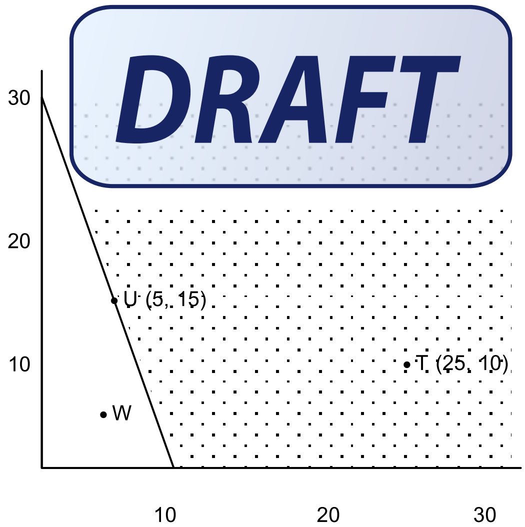
วิธีนี้เหมาะกับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจไม่เกิน 2 ตัวแปร การเขียนกราฟข้อจำกัดของทรัพยากร เช่น $2x_1 + 5x_2 \le 100$ วิธีการเขียนกราฟให้เขียนกรณีสมการ

$2x_1 + 5x_2 = 100$ ก่อน $x_1, x_2 \geq 0$ และทุกจุดบนเส้นระนาบ $2x_1 + 5x_2 < 100$ จะเป็นคำตอบของปัญหา โดยให้ x_1 เป็นจุดแกนตั้ง x_2 เป็นแกนนอน แสดงดังภาพ 5.1



ภาพ 5.1

เส้น AB แสดงสมการ $2x_1 + 5x_2 = 100$ ส่วนพื้นที่ภายในสามเหลี่ยม AOB จะหมายถึงสมการ $2x_1 + 5x_2 < 100$ จะเห็นว่าที่จุด C นั้น $2(10) + 5(10) = 70$ ซึ่งใช้ทรัพยากรเหลือ จุด D ก็เช่นเดียวกัน ส่วนที่จุด E นั้น $2(15) + 5(25) = 155$ ทรัพยากรที่มีอยู่ไม่เพียงพอ การเขียนข้อจำกัดกรณีอื่นๆ เช่น $3x_1 + x_2 \geq 30$ ดังภาพ 5.2

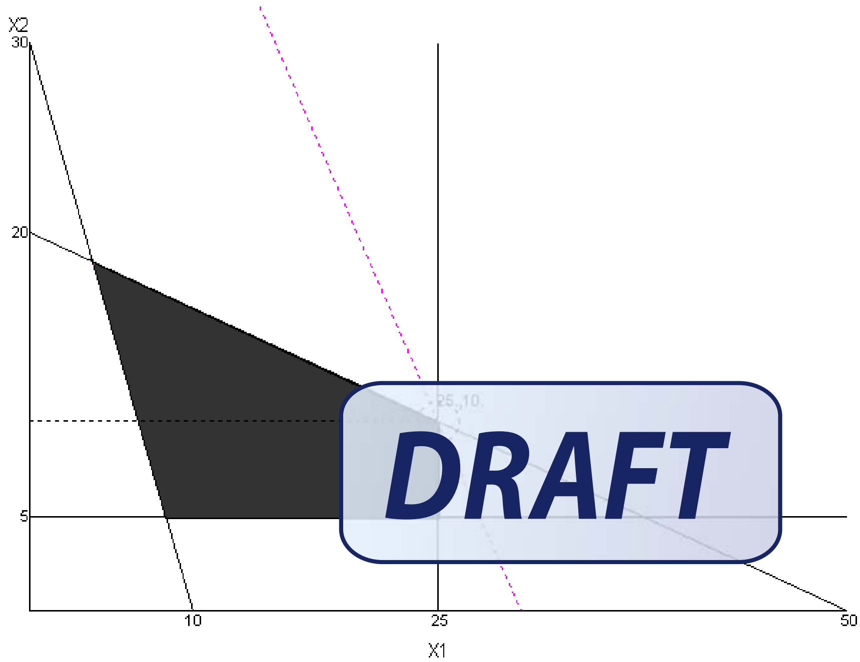


ภาพ 5.2

หากเลือกคำตอบที่จุด U จะได้ค่าเท่ากับ 30 ถ้าคำตอบอยู่ที่จุด T จะได้ค่ามากกว่า 30 ซึ่งเกินค่ามาตรฐานขั้นต่ำ ส่วนจุด W ไม่ใช่คำตอบ เพราะต่ำกว่ามาตรฐานที่กำหนด

กรณีมีข้อจำกัดมากกว่า 1 ก็ใช้วิธีเดียวกัน โดยลากเส้นสมการข้อจำกัดทุก ๆสมการ บริเวณร่วมกันของทุกข้อจำกัดจะเป็นบริเวณคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งเป็นคำตอบของทุกข้อจำกัด เช่น ภาพ 5.3 คือพื้นที่ ABCD

$$2x_1 + 5x_2 \le 100$$
$$3x_1 + x_2 \ge 30$$
$$x_1 \le 25$$
$$x_2 \ge 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$



ภาพ 5.3

สมมติว่ามีฟังก์ชันเป้าหมาย $Z = 20x_1 + 10x_2$ เส้นตรง Z มีความชัน $\frac{-10}{20} = \frac{-1}{2}$ เมื่อค่าของ Z เพิ่มขึ้นเส้นนี้จะเลื่อนออกไปทางขวาที่ขนานกับเส้นเดิม เมื่อค่า Z ลดลงเส้นตรง Z จะเลื่อนลงไปทางซ้ายที่ขนานกับเส้นเดิม การเลื่อนของเส้น Z ถ้ากรณีเป้าหมายฟังก์ชันคือค่าสูงสุด เส้น Z ที่เลื่อนไปทางขวาและสัมผัสพื้นที่ข้อจำกัดตรงจุดมุมจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

ส่วนกรณีฟังก์ชันเป้าหมาย คือ ค่าต่ำสุด เส้น Z ที่เลื่อนไปทางซ้ายและสัมผัสจุดมุมที่ต่ำสุดจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

ตัวอย่าง 5.3

ร้านผลิตเฟอร์นิเจอร์แห่งหนึ่ง มีไม้ที่จะใช้ทำโต๊ะและเก้าอี้ 2 ประเภท ไม้ประเภทที่ 1 มีอยู่ 300 แผ่น-ฟุต ไม้ประเภทที่ 2 มีอยู่ 600 แผ่น-ฟุต และมีแรงงานทั้งหมด 800 คน-ชั่วโมง รายละเอียดในการผลิตมีดังนี้

	โต๊ะ1 ตัว	เก้าอี้1 ตัว
ไม้ประเภทที่ 1 (แผ่น-ฟุต)	30	5
ไม้ประเภทที่ 2 (แผ่น-ฟุต)	30	10
แรงงาน (คน-ชั่วโมง)	20	20

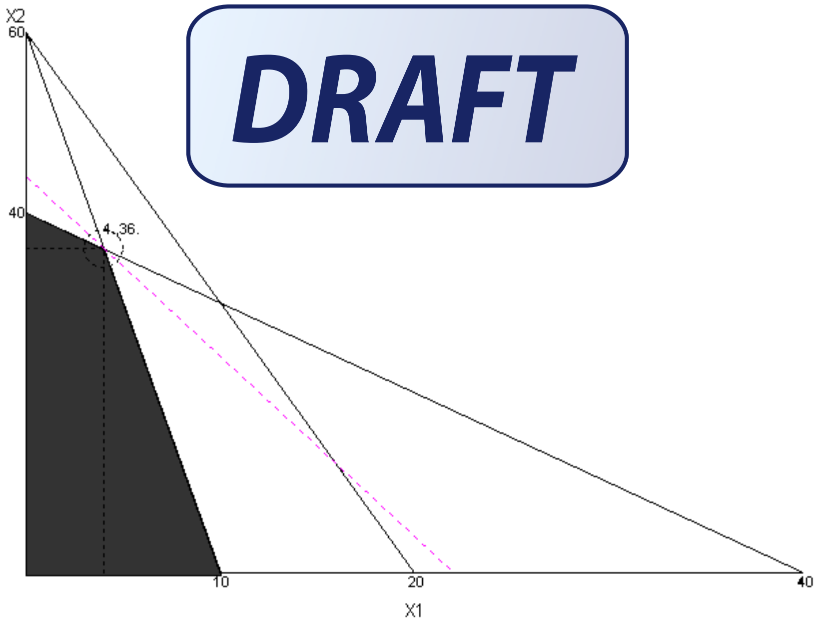
การจำหน่ายโต๊ะได้กำไรตัวละ 400 บาท ขายเก้าอี้ได้กำไรตัวละ 300 บาท เจ้าของร้านวางแผนการผลิต เพื่อให้ได้กำไรมากที่สุดสามารถกำหนดปัญหาได้ดังนี้

วิธีทำ ค่าสูงสุด $P = 400x_1 + 200x_2$

โดยมีข้อจำกัด

$$30x_1 + 5x_1 \le 300$$
$$30x_1 + 10x_2 \le 600$$
$$20x_1 + 20x_3 \le 800$$
$$x_1, x_1 \ge 0$$

สมการวาดขอบเขตของคำตอบได้ โดยวิธีกราฟดังนี้



ดังนั้น คำตอบที่เหมาะสม (Optimal solutions) คือ ผลิตโต๊ะจำนวน 4 ตัว เก้าอี้ 36 ตัว

ตัวอย่าง 5.4

มารดาต้องการเลือกอาหารสำหรับบุตร ระหว่างอาหาร 2 ชนิด ว่าควรเลือกชนิดใดหรือจะต้องใช้ทั้ง 2 ชนิดรวมกัน ในอาหารแต่ละชนิดมีคุณค่าของอาหาร (ส่วนประกอบ) ดังนี้

	โปรตีน (มิลลิกรัม)	แป้ง (มิลลิกรัม)	พลังงาน (แคลอรี่)
อาหารชนิดที่ 1	0.10	1.00	100
อาหารชนิดที่ 2	0.25	0.25	120

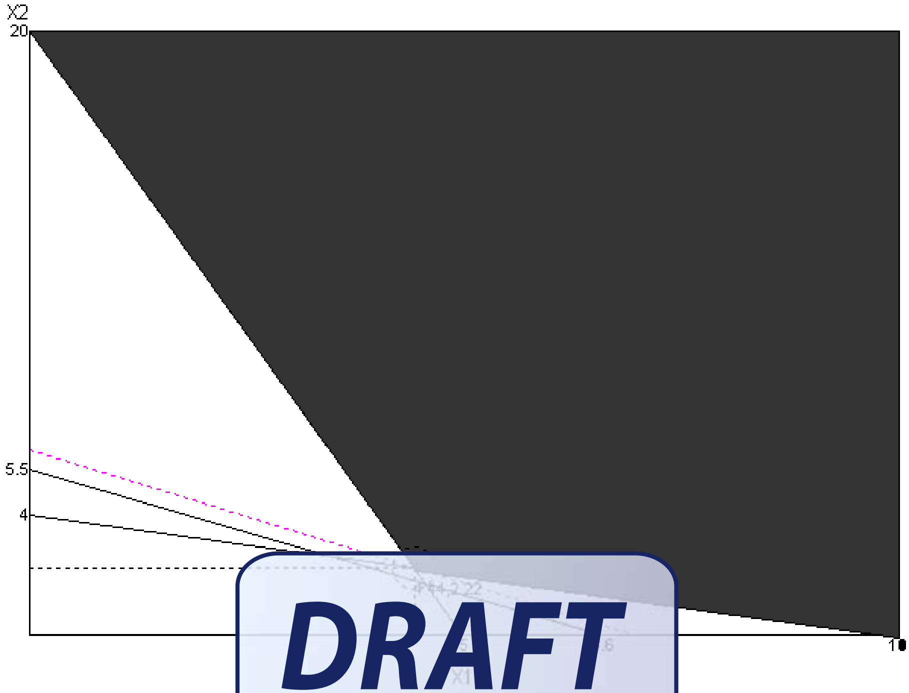
ในอาหารแต่ละมื้อ มารดาต้องการให้บุตรได้รับโปรตีนอย่างน้อยที่สุด 1 มิลลิกรัม ได้รับไขมันอย่างน้อย 5 มิลลิกรัมและพลังงานอย่างน้อยที่สุด 660 แคลอรี่ ถ้าอาหารชนิดที่ 1 ราคามิลลิกรัมละ 7.50 บาท อาหารชนิดที่ 2 ราคามิลลิกรัมละ 8.50 บาท มารดาควรจะตัดสินใจซื้ออาหารอย่างไร

วิธีทำ ค่าต่ำสุด $P = 7.50x_1 + 8.50x_2$

ข้อจำกัด

$$0.10x_1 + 0.25x_2 \geq 1$$
$$x_1 + 0.25x_2 \geq 5$$
$$100x_1 + 120x_2 \geq 660$$

และ $x_1, x_2 \geq 0$



ทราบว่าจุดหักมุม คือ สมการ $x_1 + 0.25x_2 = 5$ กับสมการ $0.1x_1 + 0.25x_2 = 1$ เมื่อแก้สมการ จะได้ $x_1 = 4.44, x_2 = 2.22$ และเสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด $P = 7.50(4.44) + 8.50(2.22)$ เท่ากับ 52.17 บาท

แบบฝึกหัด 5.1

1) บริษัท ABC ตั้งเป้าการผลิตในสัปดาห์หน้าไว้ว่า จะต้องผลิตให้ได้ผลิตภัณฑ์เกรด A อย่างน้อยที่สุด 10,000 ชิ้น ผลิตภัณฑ์เกรด B อย่างน้อย 46,000 ชิ้น และผลิตภัณฑ์เกรด C อย่างน้อย 40,000 ชิ้น บริษัทมีเครื่องจักรที่จะใช้ในการผลิต 2 ประเภท ความสามารถในการผลิตของเครื่องจักรแต่ละเครื่องในแต่ละประเภทมีดังนี้

ผลิตภัณฑ์(ชิ้น/สัปดาห์)	เครื่องจักร ก	เครื่องจักร ข
ผลิตภัณฑ์เกรด A	100	150
ผลิตภัณฑ์เกรด B	350	250
ผลิตภัณฑ์เกรด C	350	450

การผลิตโดยใช้เครื่องจักร ก ทำกำไรให้โดยเฉลี่ยเครื่องละ 180,000 บาท/เครื่อง และเครื่องจักร ข ทำกำไรเฉลี่ย 200,000 บาท/เครื่อง บริษัทจะวางแผนในการใช้เครื่องจักรแต่ละชนิดกี่เครื่องจึงทำให้บริษัทได้กำไรสูงสุด

2) โรงงานแห่งหนึ่งต้องการควบคุมการให้อาหารสัตว์ โดยกำหนดว่าอาหารสัตว์ทุกๆ 300 กิโลกรัม ต้องมีโปรตีนอย่างน้อย 80 กิโลกรัม ไขมันอย่างน้อยที่สุด 11 กิโลกรัม มีเส้นใยอาหารไม่เกิน 5 กิโลกรัม เกลือแร่อย่างน้อยที่สุด 20 กิโลกรัม ความชื้นอย่างมากที่สุด 20 กิโลกรัม โรงงานนี้ใช้อาหาร 2 ชนิดผสมกัน ซึ่งมีส่วนประกอบดังนี้

	อาหาร A	อาหาร B
โปรตีน	22%	37%
ไขมัน	7%	3%
เส้นใยอาหาร	1%	2%
เกลือแร่	5%	7%
ความชื้น	7%	5%

ราคาอาหาร A กิโลกรัมละ 8 บาท อาหาร B กิโลกรัมละ 9 บาทตามลำดับ โรงงานควรใช้ส่วนผสมอาหารแต่ละชนิดอย่างไรจึงจะเกิดผลดีที่สุด

3) กำหนด ค่าต่ำสุด $Z = 50x_1 + 75x_2$

ข้อจำกัด

$3x_1 + 4x_2 \le 240$

$x_1 + 2x_2 \le 100$

$x_1 + x_2 \ge 30$

$x_1 \ge 10$

$x_2 \ge 10$

$x_1, x_2 \ge 0$

จงหาคำตอบ x_1, x_2

4) กำหนด ค่าสูงสุด $Z = 300x_1 + 200x_2$

ข้อจำกัด

$6x_1 + 6x_2 \le 420$

$3x_1 + 6x_2 \le 300$

$4x_1 + 2x_2 \le 240$

จงหาคำตอบ x_1, x_2, Z

5) กำหนด ค่าต่ำสุด $W = 40,000x_1 + 32,000x_2$

ข้อจำกัด

$6x_1 + 2x_2 \geq 12$

$2x_1 + 2x_2 \geq 8$

$4x_1 + 12x_2 \geq 24$

จงหาคำตอบ x_1, x_2, W

5.2.2 วิธีการซิมเพล็กซ์

วิธีกราฟเป็นวิธีเข้าใจง่ายแต่มีข้อจำกัด คือ ใช้กับเพียง 2 ตัวแปร แต่ในความเป็นจริงอาจะมีมากกว่า 2 ตัวแปรได้ วิธีที่จะหาคำตอบของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรงกรณีมากกว่า 2 ตัวแปร จะเรียกว่า “ซิมเพล็กซ์” (Simplex method) โดยใช้วิธีการคำนวณแบบย้อนซ้ำ 3 ขั้นตอนหลัก คือ การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น การตรวจสอบผลลัพธ์ และการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่

ขั้นที่ 1 การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน นั่นคือ

ก) ฟังก์ชันเป้าหมาย เป็นการค่าสูงสุด หรือต่ำสุดอย่างใดอย่างหนึ่ง

ข) เงื่อนไขบังคับทุกข้อที่มีเครื่องหมายเท่ากับ

ค) ค่าทางขวามือของข้อจำกัดทุกข้อไม่เป็นลบ

ง) ตัวแปรตัวมากกว่า ศูนย์

การทำให้ข้อจำกัดมีเครื่องหมายเท่ากับเท่าใดโดยใช้โปรแกรมเพิ่ม ดังนี้ ตัวแปรส่วนขาด (Slack variable) ใช้ในกรณีข้อจำกัดเดิมมีเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ ตัวแปรส่วนเกิน (Surplus variable) ใช้ในกรณีที่ข้อจำกัดมีเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ ตัวแปรส่วนขาดหรือส่วนเกิน ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์

ตัวอย่าง 5.5 ค่าสูงสุด $P = 250x_1 + 290x_2$

ข้อจำกัด

$20x_1 + 30x_2 \leq 3,300$

$10x_1 + 6x_2 \leq 1,080$

$3x_1 + 3x_2 \leq 360$

$x_1, x_2 \geq 0$

เขียนในรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้

ค่าสูงสุด $P = 250x_1 + 290x_2 + (0)s_1 + (0)s_2 + (0)s_3$

ข้อจำกัด

$$20x_1 + 30x_2 + s_1 = 3,300$$
$$10x_1 + 6x_2 + s_2 = 1,080$$
$$3x_1 + 3x_2 + s_3 = 360$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$
$$s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดอยู่ที่จุดยอดของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เช่นเดียวกับกรณีวิธีแก้ปัญหาด้วยกราฟ โดยจะเริ่มจากจุดกำเนิดก่อน แล้วจึงพิจารณาจุดยอดอื่นๆ

รูปแบบมาตรฐานข้างต้นมีตัวแปร 5 ตัว มีข้อจำกัด 3 ข้อ จำนวนตัวแปร 5 ลบด้วยสมการข้อจำกัด 3 เท่ากับ 2 จะเรียกว่า มีตัวแปรอมูลฐาน (nonbasic variable) อยู่ 2 ตัว ส่วนตัวแปรที่เหลือจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่งจะเรียกว่า ตัวแปรมูลฐาน (basic variable) การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นจะเริ่มที่จุดกำเนิด ดังนั้น $x_1 = 0, x_2 = 0$ (เป็นตัวแปรอมูลฐาน) เมื่อแทนค่าจะได้ $s_1 = 3,300, s_2 = 1,080$ $s_3 = 360$ และ $z = 0$

ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ดังตารางต่อไปนี้

		C_j	250	290	0	0	0	
	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
R_1	0	s_1	20	30	1	0	0	3,300
R_2	0	s_2	10	6	0	1	0	1,080
R_3	0	s_3	3	3	0	0	1	360
		P_j	0	0	0	0	0	0
		$C_j - P_j$	250	290	0	0	0	

C_j คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชันเป้าหมาย

แถวตั้ง Basis แสดงตัวแปรมูลฐาน ได้แก่ s_1, s_2 และ s_3

แถวตั้ง ผลลัพธ์ คือ ค่าทางขวามือของสมการข้อจำกัด

C_b คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในฟังก์ชันเป้าหมาย

แถวตั้ง $\left.\begin{matrix} x_1, x_2 \\ s_1, s_2, s_3 \end{matrix}\right\}$ คือ สัมประสิทธิ์ของ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 ในสมการข้อจำกัด

$C_j - P_j$ คือ กำไรที่ได้รับจากการเพิ่มค่าตัวแปร j ขึ้น 1 หน่วย เช่น $x_1 = 250$ หมายความว่า ถ้าเพิ่ม x_1 ขึ้น 1 หน่วย จะทำให้กำไรรวมเพิ่มขึ้น 250 บาท และถ้า x_1 เพิ่มขึ้น 1 หน่วย ทำให้ s_1, s_2, s_3 ลดลงเป็นจำนวน 20, 10 และ 3 ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 การตรวจสอบผลลัพธ์ โดยพิจารณาจาก $C_j - P_j$ เท่ากับศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดแล้ว แต่ $C_j - P_j$ ของ x_1 และ x_2 นั้น มีค่ามากกว่า 0 แสดงว่า การผลิต x_1, x_2 เพิ่ม จะทำให้กำไรเพิ่มขึ้น

ขั้นที่ 3 การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ มี 3 ขั้นตอน คือ

ก) การเลือกตัวแปรเข้า
ข) การเลือกตัวแปรออก
ค) การเปลี่ยนเบสิส (Basis)

ก) การเลือกตัวแปรเข้า ให้เลือกตัวแปรที่มีค่า $C_j - P_j$ เป็นบวกมากที่สุด กรณีนี้ คือ x_2

ข) การเลือกตัวแปรออก พิจารณาจากการหาค่าสัดส่วนระหว่างค่า b_i กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้า x_2 จะพบว่า $\frac{3300}{30} = 110$ เครื่อง $\frac{1080}{6} = 180$ เครื่อง $\frac{360}{3} = 120$ เครื่อง ด้วยข้อจำกัดของทรัพยากร การผลิต x_2 เพิ่ม ได้กำไรเพิ่ม ก็แค่ผลิตได้มากที่สุดเพียง 110 เครื่อง ดังนั้น จุดหลัก (pivot element) ในที่นี้คือ จุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้า (x_2) กับแถวนอน ที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก (s_1)

ค) การเปลี่ยนเบสิส คือ การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ ด้วยการทำตัวเลขที่จุดหลักให้เท่ากับ 1 และทำตัวเลขที่เหลือในแถวตั้ง x_2 ให้เป็นศูนย์ เพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานเรียงประกอบกันเป็นรูปแบบเมตริกซ์เอกลักษณ์ มีวิธีการดังนี้

1) ในที่นี้จะคำนวณแถวนอนที่ 1 ก่อน โดยนำ 30 มาหารทั้งแถว เพื่อให้จุดหลักเป็น 1 ดังนี้

	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 / 30$	290	x_2	2/3	1	1/30	0	0	110

2) ทำให้สัมประสิทธิ์ x_2 ในแถว R_2 เดิม 6 ให้เป็น 0 โดย $R_2 = R_2 - 6R_1$

	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
R_1	290	x_2	2/3	1	1/30	0	0	110
$R_2 = R_2 - 6R_1$	0	s_2	6	0	-1/5	1	0	420

3) ทำให้สัมประสิทธิ์ x_2 ในแถว R_3 เดิม 3 ให้เป็น 0 โดย $R_3 = R_3 - 3(R_1)$

	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
R_1	290	x_2	2/3	1	1/30	0	0	110
R_2	0	s_2	6	0	-1/5	1	0	420
R_3	0	s_3	1	0	-1/10	0	1	30
	P_j		[illegible]	290	29/3	0	0	31,900
	$C_j - P_j$		[illegible]	0	-29/3	0	0	

เมื่อถึงขั้นนี้ให้ย้อนกลับไป ขั้นในข้อ ก) อีกครั้ง จะได้เลือกตัวแปรเข้า คือ x_1 เลือกตัวแปรออกคือ $\frac{110}{2/3} = 165, \frac{420}{6} = 70, \frac{30}{1} = 30$ นั่นคือ $s_3 = 30, x_2 = 110, s_2 = 420$ เป็นตัวแปรมูลฐาน $x_1 = 0, s_1 = 0$ เป็นตัวแปรอมูลฐาน เอา s_3 ออก เอา x_1 เข้ามาแทนจะได้

	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 - \frac{2}{3}R_3$	290	x_2	0	1	1/10	0	-2/3	90
$R_2 = R_2 - 6R_3$	0	s_2	0	0	2/5	1	-6	240
$R_3 = R_3$	250	x_1	1	0	-1/10	0	1	30
	P_j		250	290	4	0	170/3	33,600
	$C_j - P_j$		0	0	-4	0	-170/3	

$\because$ $C_j - P_j = 0$ ของ $x_1, x_2, s_2 = 0$ และ s_1, s_3 เป็นลบหมด

สรุปว่า $x_1 = 30, x_2 = 90$

$s_1 = 0, s_2 = 240, s_3 = 0$

$P = 33,600$ (กำไรสูงสุด)

ตัวอย่าง 5.6 ค่าสูงสุด $P = 400x_1 + 200x_2$

ข้อจำกัด

$$30x_1 + 5x_2 \le 300$$
$$30x_1 + 10x_2 \le 600$$
$$20x_1 + 20x_2 \le 800$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

ขั้นที่ 1 ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นในรูปแบบมาตรฐาน

ค่าสูงสุด $P = 400x_1 + 200x_2 + (0)s_1 + (0)s_2 + (0)s_3$

ข้อจำกัด

$$30x_1 + 5x_2 + s_1 = 300$$
$$30x_1 + 10x_2 + s_2 = 600$$
$$20x_1 + 20x_2 + s_3 = 800$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$
$$s_1, s_2, s_3 \ge 0$$

ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น

	C_j	400	200	0	0	0	
C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
0	s_1	30	5	1	0	0	300
0	s_2	30	10	0	1	0	600
0	s_3	20	20	0	0	1	800
	P_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - P_j$	400	200	0	0	0	

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบผลลัพธ์ $C_j - P_j$ จะเห็นว่ามีค่ามากกว่า 0 ถ้า x_1, x_2 เพิ่มขึ้นจะทำให้ได้กำไรเพิ่มขึ้น

ขั้นที่ 3 การพัฒนาผลลัพธ์ มี 3 ขั้นตอน

ก) เลือกตัวแปรเข้า โดย $C_j - P_j$ เป็นบวกมากที่สุด

ข) เลือกตัวแปรออก สัดส่วน b_i กับสัมประสิทธิ์ตัวแปรที่เข้าที่สัดส่วนต่ำที่สุด

ค) การเปลี่ยน Basis ทำจุดหลักเท่ากับ 1 และเลขแถวตั้งอื่นให้เป็นศูนย์

		C_j	400	200	0	0	0	
	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
R_1	0	s_1	30	5	1	0	0	300*
R_2	0	s_2	30	10	0	1	0	600
R_3	0	s_3	20	20	0	0	1	800
		P_j	0	0	0	0	0	0
		$C_j - P_j$	400	200	0	0	0	

		C_j	400	200	0	0	0	
	C_b	Basis	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
$R_1 = \frac{R_1}{30}$	400	x_1	1	1/6	1/30	0	0	10
$R_2 = R_2 - R_1$	0	s_2	0	5	-1	1	0	300
$R_3 = R_3 - \frac{2}{3}R_1$	0	s_3	0	50/3	-2/3	0	1	600*
		P_j	400	400/6	0	0	0	4000
		$C_j - P_j$	0	400/3	0	0	0	

ทำขั้นตอน ก) ถึง ค) อีกรอบ

DRAFT

	C_b	C_j / Basis	x_1 (400)	x_2 (200)	s_1 (0)	s_2 (0)	s_3 (0)	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 - \frac{R_3}{100}$	400	x_1	1	0	1/25	0	-1/100	4
$R_2 = R_2 - \frac{3}{10}R_3$	0	s_2	0	0	-4/5	1	-0.3	120
$R_3 = \frac{3}{50}R_3$	200	x_2	0	1	-1/25	0	3/50	36
		P_j	400	200	8	0	0	8,800
		$C_j - P_j$	0	0	0	0	0	

$\therefore$ คำตอบ คือ $x_1 = 4, x_2 = 36$

(หมายเหตุ: การเลือกแถวมาลบออกเพื่อให้เป็นศูนย์นั้นจะเลือกแถวที่ปรับให้เป็น 1 หรือแถวที่เป็นจุดหลัก)

ตัวอย่าง 5.7 ค่าสูงสุด $P = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3$

ข้อจำกัด

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 6$$
$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \ge 8$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของ s_1, s_2 ต้องมากกว่าหรือเท่ากับ 0 ตามเงื่อนไขของโปรแกรมเชิงเส้นตรง จึงต้องมีการสร้างตัวแปรเทียม (Artificial variable) เข้ามาโดยใช้อักษร A และใส่ไว้ในสมการข้อจำกัด รวมทั้งใส่ไว้ในสมการหรือฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยใช้อักษร M (-M สำหรับกรณีปัญหาค่าสูงสุด , +M สำหรับกรณีปัญหาค่าต่ำสุด)

ขั้นที่ 1 จัดรูปแบบมาตรฐาน และสร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ค่าสูงสุด $P = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0s_1 + 0s_2 - MA_2$

ข้อจำกัด

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + s_1 = 6$$
$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - s_2 + A_2 = 8$$

ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

	C_j	3	3	2	0	0	-M	
C_b	Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์
0	S_1	4	2	2	1	0	0	6
-M	A_2	3	2	4	0	-1	1	8
	P_j	-3M	-2M	-4M	0	M	-M	-8M
	$C_j - P_j$	3+3M	3+2M	2+4M	0	-M	0	

ขั้นที่ 2 $C_j - P_j$ ยังมีค่ามากกว่า 0 ดังนั้น จึงต้องพัฒนาผลลัพธ์

ขั้นที่ 3 ก) เลือกตัวแปรเข้า

ข) เลือกตัวแปรออก

ค) เปลี่ยนเบสิส (จุดหลักเป็น 1 ตัวเลขแถวตั้งที่เหลือเป็น 0)

ขั้นตอนของ ก) และ ข)

		C_j	3	3	2	0	0	-M	
R_1	C_b	Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์
R_2	0	S_1	4	2	2	1	0	0	6
R_3	-M	A_2	3	2	4	0	-1	1	8 *
		P_j	-3M	-2M	-4M	0	M	-M	-8M
		$C_j - P_j$	3+3M	3+2M	2+4M *	0	-M	0	

$\therefore$ เลือก X_3 เข้า และเอา S_1 ออก

		C_j	3	3	2	0	0	-M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 - \frac{R_2}{2}$	0	S_1	5/2	1	0	1	½	-1/2	2 *
$R_2 = \frac{R_1}{4}$	2	X_3	¾	½	[illegible]	0	-1/4	¼	2
		P_j	3/2	1	2	0	-1/2	½	4
		$C_j - P_j$	3/2	2 *	0	0	½	-M-1/2	

ตรวจสอบ $C_j - P_j$ ยังมากกว่า 0 หาจุดหลักอีกครั้ง ตัวแปรเข้า คือ X_2 ตัวแปรออก คือ S_1

		C_j	6	3	2	0	0	-M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	A_2	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1$	3	X_2	5/2	1	0	1	½	-1/2	2
$R_2 = R_2 - \frac{R_1}{2}$	2	X_3	-1/2	0	1	-1/2	-1/2	½	1
		P_j	13/2	3	2	2	½	-1/2	8
		$C_j - P_j$	-1/2	0	0	-2	-1/2	-M+1/2	

$C_j - P_j$ ค่าเป็น 0 และเป็นลบทุกค่า ดังนั้น หยุดการคำนวณ

$\therefore \; X_1 = 0, X_2 = 2, X_3 = 1$

ตัวอย่าง 5.8 ค่าต่ำสุด $P = 5X_1 + 6X_2$

ข้อจำกัด

$$X_1 + X_2 = 1{,}000$$
$$X_1 \le 300$$
$$X_2 \ge 150$$
$$X_1, X_2 \ge 0$$

ขั้นที่ 1 จัดรูปแบบมาตรฐาน และสร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ค่าต่ำสุด $P = 5X_1 + 6X_2 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 + MA_2$

ข้อจำกัด

$$X_1 + X_2 + A_1 = 1{,}000$$
$$X_1 + S_1 = 300$$
$$X_2 - S_2 + A_2 = 150$$
$$X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \ge 0$$

ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

	C_j	5	6	0	0	M	M	
C_b	Basis	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	ผลลัพธ์
M	A_1	1	1	0	0	1	0	1000
0	S_1	1	0	1	0	0	0	300
M	A_2	0	1	0	-1	0	1	150
	P_j	M	2M	0	-M	M	M	
	$C_j - P_j$	5-M	6-2M	0	M	0	0	

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบผลลัพธ์ พบว่า ยังมีค่าเป็นลบ ต้องพัฒนาผลลัพธ์ต่อ

ขั้นที่ 3 พัฒนาผลลัพธ์

เลือกตัวแปรเข้าและออก และเปลี่ยนเบสิส

		C_j	5	6	0	0	M	M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	ผลลัพธ์
R_1	M	A_1	[illegible]	[illegible]	0	0	1	0	1000
R_2	0	S_1	1	0	1	0	0	0	300
R_3	M	A_2	0	1	0	-1	0	1	150 *
		P_j	M	2M	0	-M	M	M	
		$C_j - P_j$	5-M	6-2M *	0	M	0	0	

เลือก X_2 เป็นตัวแปรเข้า และ A_2 เป็นตัวแปรออก เนื่องจาก X_2 ให้ค่า $C_j - P_j$ เป็นลบมากที่สุด และ A_2 เป็นตัวแปรออก เพราะมีสัดส่วนต่ำที่สุด คือ 150 พัฒนาผลลัพธ์ได้ดังนี้

		C_j	5	6	0	0	M	M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 - R_3$	M	A_1	0	0	-1	1	1	-1	550
R_2	0	S_1	1	0	1	0	0	0	300 *
R_3	6	X_2	0	1	0	-1	0	1	150
		P_j	M	6	0	M-6	M	-M+6	850+900
		$C_j - P_j$	5-M *	0	0	-M+6	0	2M-6	

พัฒนาผลลัพธ์ต่อ เนื่องจาก $C_j - P_j$ ยังมีค่าเป็นลบ โดยตัวแปรเข้า คือ X_1 ตัวแปรออกคือ S_1

		C_j	5	6	0	0	M	M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	ผลลัพธ์
$R_1 = R_1 - R_2$	M	A_1	0	0	-1	[illegible]	[illegible]	-1	550 *
	5	X_1	1	0	1	0	0	0	300
	6	X_2	0	1	0	-1	0	1	150
		P_j	5	6	-M+5	M-6	M	-M+6	550M+2400
		$C_j - P_j$	0	0	M-5	-M+6 *	0	2M-6	

เนื่องจาก $C_j - P_j$ ยังมีค่าลบ ต้องพัฒนาผลลัพธ์ต่อ เอา S_2 เข้า เอา M ออก

		C_j	5	6	0	0	M	M	
	C_b	Basis	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	ผลลัพธ์
	0	S_2	0	0	-1	1	1	-1	550
	5	X_1	1	0	1	0	0	0	300
	6	X_2	0	1	-1	0	1	0	700
		P_j	5	6	-1	0	6	0	5700
		$C_j - P_j$	0	0	1	0	M-6	M	

$C_j - P_j$ เป็นบวกหมดหรือเป็นศูนย์หมด ดังนั้นหยุดการพัฒนาผลลัพธ์ ดังนั้น
$X_1 = 300, X_2 = 700, S_2 = 550$ ($S_2 = 550$ คือ ทรัพยากรส่วนเกินมากกว่าที่ต้องการ $X_2 \geq 150$)

แบบฝึกหัด 5.2

1. รูปแบบปัญหาต่อไปนี้ จงหาผลลัพธ์ โดยวิธี Simplex

ค่าต่ำสุด $P = 2x + 4y$

ข้อจำกัด

$$\begin{aligned} 2x + y &\geq 14 \\ x + y &\geq 12 \\ x + 3y &\geq 18 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

2. ผู้ผลิตรายหนึ่งต้องการผลิตโต๊ะ (x_1) และเก้าอี้ (x_2) โต๊ะแต่ละตัวต้องการใช้เวลาประกอบ 2.5 ชั่วโมง ใช้เวลาขัดไม้ 3 ชั่วโมง ใช้เวลาทาสี 1 ชั่วโมง ส่วนเก้าอี้ใช้เวลาประกอบ 1 ชั่วโมง ใช้เวลาขัด 3 ชั่วโมง และทาสี 2 ชั่วโมง โดยผู้ผลิตมีเวลาที่ใช้ประกอบไม่เกิน 20 ชั่วโมง เวลาในการขัดไม่เกิน 30 ชั่วโมง และทาสีไม่เกิน 16 ชั่วโมงในแต่ละสัปดาห์ ถ้ากำไรต่อหน่วยของโต๊ะเท่ากับ 3 ดอลลาร์ และกำไรต่อหน่วยของเก้าอี้ เท่ากับ 4 ดอลลาร์ จงหาว่าผู้ผลิตนี้ต้องผลิตโต๊ะและเก้าอี้กี่ตัวต่อสัปดาห์จึงจะได้กำไรสูงสุด และกำไรสูงสุดเท่ากับเท่าใด จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex

3. รูปแบบปัญหาต่อไปนี้ จงหาผลลัพธ์ (x, y, z, P) โดยวิธี Simplex

ค่าสูงสุด $P = 30x + 24y + 60z$

ข้อจำกัด

$$\begin{aligned} 6x + 3y + 5z &\leq 30 \\ 2x + 2y + 10z &\leq 50 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

4. รูปแบบปัญหาต่อไปนี้ จงหาผลลัพธ์ (x_1, x_2, x_3, P) โดยวิธี Simplex

ค่าต่ำสุด $P = 20x_1 + 30x_2 + 16x_3$

ข้อจำกัด

$$\begin{aligned} 2.5x_1 + 3x_2 + x_3 &\geq 3 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

5. ร้านขายขนมปังแห่งหนึ่งมีขนมปังที่ต้องทำประจำทุกวันคือ ขนมปัง เค้ก คุกกี้ และขนมปุยฝ้าย เจ้าของร้านต้องการพิจารณาว่าจะทำขนมแต่ละชนิดเป็นปริมาณเท่าใดจึงจะได้กำไรสูงสุด จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex รายละเอียดการทำขนมแสดงในตารางดังต่อไปนี้

วัตถุดิบ	ขนมปัง	เค้ก	คุกกี้	ขนมปุยฝ้าย	ปริมาณที่มี
แป้ง (ถ้วย)	10	3	3/2	[illegible]	50
น้ำตาล (ถ้วย)	1	1½	1	1	40
นมสด (ถ้วย)	½	½	-	1/3	30
เนยสด (ถ้วย)	¾	1	1	-	40
ไข่ไก่ (ฟอง)	2	5	1	2	40
ผงฟู (ช้อนชา)	-	3	-	1	25
กำไร (บาท)	20	10	5	5	

6. ร้านผลิตเครื่องเฟอร์นิเจอร์แห่งหนึ่ง มีไม้ที่จะใช้ทำโต๊ะ และเก้าอี้ 2 ประเภท ไม้ประเภทที่ 1 มีอยู่ 600 แผ่น-ฟุต ไม้ประเภทที่ 2 มีอยู่ 660 แผ่น-ฟุต และมีแรงงานทั้งหมด 675 คน-ชั่วโมง โดยรายละเอียดของการผลิตเป็นไปดังนี้

	โต๊ะ 1 ตัว	เก้าอี้ 1 ตัว
ไม้ประเภทที่ 1 (แผ่น-ฟุต)	20	5
ไม้ประเภทที่ 2 (แผ่น-ฟุต)	20	8
แรงงาน (คน-ชั่วโมง)	15	10

ในการจำหน่ายโต๊ะขายได้กำไรตัวละ 600 บาท และ เก้าอี้ขายได้กำไรตัวละ 320 บาท จงหาตัวแบบปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นในการขายโต๊ะและเก้าอี้ที่ให้กำไรสูงสุด จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex

7. หมอสั่งควบคุมอาหารที่มีวิตามิน A B และ D แก่คนไข้ โดยกำหนดว่าในแต่ละวันคนไข้ต้องได้รับวิตามิน A อย่างน้อยที่สุด 1 mg ต้องได้รับวิตามิน B อย่างน้อยที่สุด 50 mg และ ต้องได้รับวิตามิน D อย่างน้อยที่สุด 10 mg ถ้าอาหารที่คนไข้รับประทานได้คือ เนื้อ นม และไข่ ซึ่งมีส่วนประกอบของวิตามินดังนี้

วิตามิน	เนื้อ (100 g)	นม (ลิตร)	ไข่ (ฟอง)
A	0.2	0.2	0.8
B	2.2	25	0.8
D	20.5	2.5	0.8

ถ้าเนื้อราคา 60 บาท/Kg นมราคา 20 บาท/ลิตร และไข่ราคา 18 บาท/โหล จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นของส่วนผสมของอาหารให้ได้วิตามินตามกำหนด จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex

8. บริษัทแห่งหึ่งมีโรงงานผลิตสินค้าในเขต ก และ เขต ข ซึ่งสามารถผลิตสินค้าได้สัปดาห์ละ 8, 000 และ 12,000 ตามลำดับ และบริษัทมีคลังสินค้าอยู่ในเขต A B และ C สามารถเก็บสินค้าได้ 6,000 7,000 และ 7,000 หน่วย ตามลำดับ บริษัทต้องส่งสินค้าที่ผลิตได้ทั้งหมดเข้าคลังไว้ในแต่ละสัปดาห์ โดยใช้เสียค่าจ่ายในการขนส่งต่ำสุด จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex โดยค่าการขนส่งจากโรงงานในเขตต่างๆไปยังคลังสินค้าในเขตต่างๆ เป็นไปดังนี้

คลังสินค้า / โรงงาน	A	B	C
ก	3	5	2
ข	4	1	6

9. บริษัททีมวางแผนจัดส่งสินค้าจากคลัง ก ข และ ค ไปจำหน่ายที่ตลาด A B C และ D โดยบริษัททราบถึงอุปสงค์ของสินค้าในเขตการค้าแต่ละเขตว่าเป็นอย่างไร บริษัทต้องการส่งสินค้าไปจำหน่ายให้เพียงพอ และใช้จ่ายให้น้อยที่สุด ถ้าอัตราการขนส่งของสินค้า (บาทต่อกล่อง) และอุปสงค์ของสินค้าในแต่ละเขตการค้ากำหนดดังนี้ จงสร้างตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นและแก้ปัญหาโดยวิธี Simplex

คลังสินค้า	ค่าขนส่ง (บาท/กล่อง)				จำนวนสินค้าที่มีอยู่ (กล่อง)
	A	B	C	D	
ก	8	7	9	4	800
ข	10	6	12	15	900
ค	13	14	5	9	600
อุปสงค์(กล่อง)	500	600	650	480	

10. บริษัท ABC รับส่งสินค้าจากตัวแทนจำหน่ายในเขต ก ข ค และ ง ให้ส่งตู้เย็นไปให้เป็นจำนวน 6, 5, 7 และ 7 ตู้ตามลำดับ บริษัทมีตู้เย็นอยู่ในสต๊อกที่โรงงาน A B และ C เป็นจำนวน 10, 10 และ 8 ตามลำดับ ค่าขนส่งเป็นไปตามตารางนี้

	เขต ก	เขต ข	เขต ค	เขต ง
โรงงาน A	120	80	95	100
โรงงาน B	75	90	110	82
โรงงาน C	105	60	150	134

จงเขียนตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้น เมื่อบริษัทต้องการจัดส่งตู้เย็นให้ครบตามจำนวนที่ตัวแทนต้องการ แต่ให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด